

Sprievodca zmenami vo vzdelávacej oblasti

Matematika a informatika,

vyučovací predmet

MATEMATIKA

Autorský tím: Monika Gregušová, Lujza Čipková Hamplová, Pavol Kelecsényi

1. Aké zmeny prinášajú nové vzdelávacie štandardy?

V dokumente *Sprievodca zmenami vo vzdelávacej oblasti Matematika a informatika* pre vyučovací predmet *Matematika* používame dve označenia štátnych vzdelávacích programov:

- **ŠVP (2015)** - označenie pre inovovaný Štátny vzdelávací program pre primárne vzdelávanie – 1. stupeň základnej školy, Štátny vzdelávací program pre nižšie stredné vzdelávanie – 2. stupeň základnej školy, platné od 01. 09. 2015¹,
- **ŠVP (2023)** - označenie pre Štátny vzdelávací program pre základné vzdelávanie platný od 01. 09. 2023².

Obsah a štruktúra vzdelávacej oblasti *Matematika a informatika* so zameraním na predmet *Matematika* reagujú na potrebu zmeny v prístupoch a ponímaní matematického vzdelávania žiakov v základných školách.

Zmeny v štruktúre vzdelávacích štandardov pre predmet *Matematika*

Štruktúra samotnej vzdelávacej oblasti zostáva zachovaná a je členená na dva vyučovacie

¹ Dostupné na: <https://www.minedu.sk/statne-vzdelavacie-programy-2015/>.

² Dostupné na: <http://www.minedu.sk/statny-vzdelavaci-program-pre-zakladne-vzdelavanie/>.

predmety – *Matematika a Informatika*.

[Vzdelávacie štandardy \(2023\)](#) pre predmet *Matematika* pozostávajú z **charakteristiky predmetu, spoločných cieľov pre všetky cykly** a samotných štandardov pre jednotlivé cykly zložené z **výkonovej zložky** (výkonových štandardov) a **obsahovej zložky** (obsahových štandardov).

Z **charakteristiky predmetu** matematika v oboch dokumentoch - ŠVP (2015) aj ŠVP (2023) je znateľný súlad v koncentrovaní sa na budovanie základov **matematickej gramotnosti** žiakov základnej školy, teda „*súboru zručností, schopností a znalostí, ktoré umožňujú rozoznať matematickú podstatu problémov a riešiť ich pomocou matematiky.*“³

V interpretácii zámeru, ktorým by sa procesy vyučovania a učenia sa matematiky mali uberať v základnej škole, je možné zaznamenať odchýlky..

V charakteristike predmetu v **ŠVP (2015)** pre primárne a pre nižšie stredné vzdelávanie sa uvádza, že predmet matematika „*je prioritne zameraný na budovanie základov matematickej gramotnosti a na rozvíjanie kognitívnych oblastí – vedomosti (ovládanie faktov, postupov), aplikácie (používanie získaných vedomostí na riešenie problémov reálneho života), zdôvodňovanie (riešenie zložitejších problémov, ktoré vyžadujú širšie chápanie súvislostí a vzťahov).*“⁴

Podľa **ŠVP (2023)** má byť matematické vzdelávanie na základných školách zamerané najmä na „*vytváranie príležitostí na kultiváciu matematických činností založených na aktívnom získavaní skúseností, objavovaní, overovaní a zovšeobecňovaní v kontexte matematického obsahu.*“ Dôraz je tiež kladený na rozvoj „*dôležitých vlastností a návykov mysle, akými sú vytrvalosť či presnosť*“, tiež na rozvoj „*sociálnych kompetencií (spolupráca, komunikácia), sebarozvojových kompetencií a kritického myslenia*“³, ktorých formovanie sa dá dosiahnuť aj integráciou matematických činností do vzdelávania.

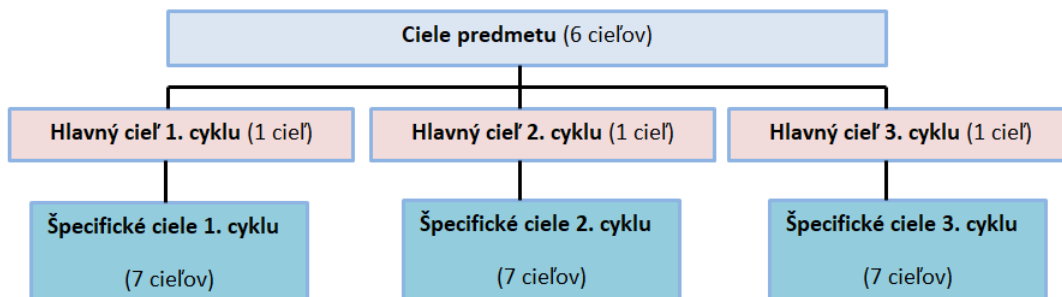
³ Dostupné na: https://www.minedu.sk/data/files/11820_marematika-a-informatika.pdf, s. 1.

⁴ Dostupné na: <https://www.minedu.sk/data/att/f62/22037.f77e7d.pdf> a <https://www.minedu.sk/data/att/c58/22090.c42d94.pdf>, s. 2.

Ciele predmetu

Kým v ŠVP (2015) boli ciele predmetu definované osobitne pre 1. a 2. stupeň základnej školy, v ŠVP (2023) je štruktúra cieľov rozvrhnutá do troch krokov (Obrázok 1).

Obrázok 1: Štruktúra cieľov predmetu matematika podľa ŠVP (2023)



V prvom kroku je naformulovaných 6 cieľov globálne za predmet matematika. Následne sú tieto ciele členené na **hlavné ciele** matematického vzdelávania pre **každý z troch cyklov** jednotlivo, pričom prvý a druhý cyklus predstavujú primárne vzdelávanie (1. stupeň základnej školy) a tretí cyklus predstavuje nižšie stredné vzdelávanie (2. stupeň základnej školy).

V poslednom kroku je každý hlavný cieľ cyklu bližšie konkretizovaný cez **sedem špecifických cieľov**.

Vzdelávacie štandardy

Vzdelávacie štandardy **ŠVP (2015)** sú členené na tematické celky, ku ktorým je osobitne pre každý ročník priradený výkonový a obsahový štandard. Sú spracované **v tabuľkovom formáte**, čo umožňuje ich používateľovi identifikovať súvislosť medzi výkonovým a obsahovým štandardom na jednom mieste dokumentu.

Vzdelávacie štandardy **ŠVP (2023)** očakávajú zvládnutie učiva (výkonového a obsahového štandardu) nie na konci každého ročníka, ale až na konci každého cyklu, čiže **v treťom, piatom a deviatom ročníku**. Učiteľom to poskytuje väčšiu flexibilitu pri rozvrhnutí obsahového a výkonového štandardu do jednotlivých ročníkov v rámci cyklu, pričom môžu tvorivo

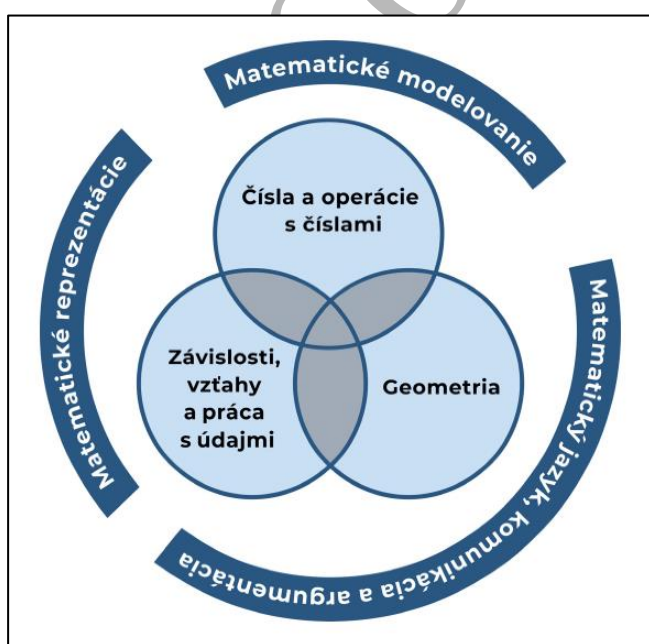
prispôbiť obsah a tempo vyučovania vlastným skúsenostiam a individuálnym potrebám žiakov.

Vzdelávacie štandardy (2023) sú **spracované lineárne**, čo neumožňuje ich užívateľovi vnímať výkonový a obsahový štandard súčasne na jednom mieste. Je potrebné identifikovať vzájomnú prepojenosť medzi výkonovými štandardmi a jednotlivými elementmi obsahového štandardu na rôznych miestach dokumentu.

Najprv je postupne pre každý cyklus uvedený hlavný cieľ cyklu, ktorý je rozpracovaný do siedmich špecifických cieľov cyklu (Obrázok 1). Každý špecifický cieľ cyklu je ďalej rozpracovaný do samotných výkonových štandardov.

Za rozpracovaním cieľov do výkonových štandardov sú uvedené obsahové štandardy, pričom práve štruktúra obsahového štandardu v ŠVP (2023) zaznamenala najvýraznejšie zmeny voči ich spracovaniu v ŠVP (2015). Kým v ŠVP (2015) sa obsahový štandard členil do viacerých tematických celkov, nový obsahový štandard (2023) sa člení na **tri hlavné obsahové komponenty** spoločné pre všetky cykly: **Čísla a operácie s číslami; Závislosti, vzťahy a práca s údajmi; Geometria** (Obrázok 2).

Obrázok 2: Mapa obsahových komponentov v matematickom vzdelávaní



Komponent: Čísla a operácie s číslami

Komponent *Čísla a operácie s číslami* je vo všeobecnosti zameraný na prácu s číslami.

Poskytuje príležitosti na nadobudnutie a rozvíjanie

- rôznorodých predstáv o číslach a ich významoch,
- skúseností s operáciami s číslami a s úpravou číselných výrazov,
- skúseností s riešením aplikačných úloh a problémov s využitím aritmetických operácií a vzťahov medzi nimi.

Komponent: Závislosti, vzťahy a práca s údajmi

Pri komponente *Závislosti, vzťahy a práca s údajmi* máme na mysli vytváranie takých príležitostí v matematickom vzdelávaní, ktoré by prispeli k rozvíjaniu schopností žiakov

- objavovať pravidlá, závislosti, vzťahy,
- opísať objavené pravidlá, závislosti a vzťahy pomocou algebrických výrazov, rovníc a nerovníc,
- narábať s rôznymi údajmi (vyhľadávať, nachádzať vzťahy a súvislosti medzi jednotlivými údajmi, uskutočňovať zber údajov, zaznamenávať ich, usporadúvať a triediť, reprezentovať a interpretovať údaje).

Uvedený komponent zastrešuje i tie obsahy, ktoré boli zaradené do predchádzajúceho obsahového štandardu izolovane. Konkrétne sa jedná o obsahy: *Vzory, postupnosti, závislosti; Kombinatorika a pravdepodobnosť; Práca s údajmi a štatistika*.

Komponent: Geometria

Obsahový komponent *Geometria* kladie dôraz na vytváranie príležitostí pre rozvíjanie geometrického uvažovania žiakov s využitím geometrických reprezentácií. Je zameraný na

- skúmanie rovinných a priestorových útvarov a vzťahov medzi nimi,
- osvojovanie si princípov merania,
- rozvíjanie schopnosti odhadovať mieru,
- rozvíjanie a nadobudnutie praktických zručností pri riešení polohových a metrických geometrických úloh, ktoré majú zrejmy kontext s reálnym životom.

Každý komponent sa ďalej delí na menšie **tematické oblasti**, pričom každá tematická oblasť obsahuje prislúchajúce **pojmy, vzťahy, postupy a matematické praktiky**, prostredníctvom ktorých sa naplňujú jednotlivé ciele predmetu.

Podrobnejší opis obsahového štandardu a jeho jednotlivých zložiek je možné nájsť v kapitole č. 2 tohto dokumentu. Aj napriek detailnejšiemu členeniu obsahového štandardu, všetky jeho zložky sa navzájom prelínajú a treba ich vnímať **komplexne**.

Prierezové gramotnosti

Do vzdelávacích štandardov predmetu matematika ŠVP (2023) sú okrem doménovej matematickej gramotnosti zapracované tiež prierezové gramotnosti. Predmet *Matematika* podporuje najmä rozvoj **finančnej, digitálnej a čitateľskej gramotnosti**.

PRACOVNA

2. Ako „čítať“ vzdelávacie štandardy?

V predchádzajúcej kapitole boli stručne opísané základné odlišnosti v spracovaniach vzdelávacích štandardov z matematiky v rámci ŠVP (2015) a ŠVP (2023). V druhej kapitole prezentujeme konkrétne ukážky/príklady toho, ako je potrebné „čítať“ nové vzdelávacie štandardy cez jednotlivé ich časti, v ktorých sa najmarkantnejšie líšia od predchádzajúcich -Pre bližšie porozumenie sme si vybrali príklad spracovania vzdelávacích štandardov pre 1. cyklus, pričom koncipovanie matematického obsahu je rovnaké aj v ďalších dvoch cykloch.

Ako sme uviedli v 1. kapitole, vzdelávacie štandardy matematického vzdelávania sú začlenené do dvoch nosných častí, konkrétne do **výkonového štandardu** a do **obsahového štandardu**.

Výkonový štandard

Jednotlivé výkonové štandardy reflektujú na špecifické ciele, ktoré sú odvodené od hlavného cieľa cyklu (Obrázok 3).

Obrázok 3: Súvislosť hlavného cieľa 1. cyklu predmetu matematika, špecifických cieľov a výkonových štandardov

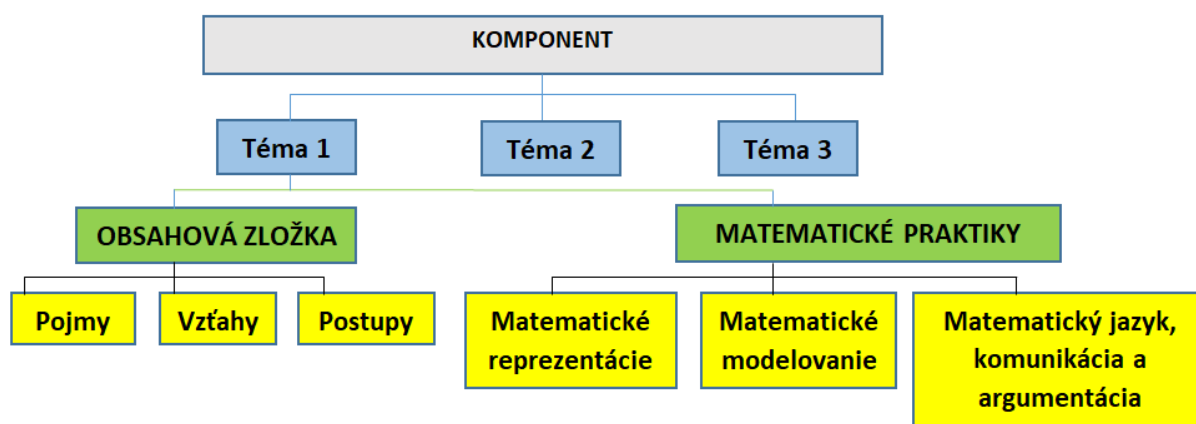
HLAVNÝ CIEĽ 1. CYKLU <i>Nadobudnúť matematickú gramotnosť na elementárnej úrovni, teda osvojiť si základný matematický obsah, aktivovať prvotné matematické kompetencie, vytvoriť základné matematické praktiky, matematickú identitu a pozitívny obraz o význame matematiky</i>	ŠPECIFICKÉ CIELE 1. CYKLU	VÝKONOVÉ ŠTANDARDY
	CIEĽ 1 <i>Používať prirodzené čísla, operácie s prirodzenými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh</i>	<i>- používať prirodzené čísla do 10 000 v rôznych kontextoch a aplikovať poznatky z numerácie do 10 000 pri riešení úloh</i> <i>- sčítavať a odčítavať prirodzené čísla v obore do 1 000 s použitím pamäťových, písomných a elektronických algoritmov, použitím vlastností operácií a vzťahov medzi nimi</i> <i>- vykonávať násobenie a delenie v obore do 100 aj mimo oboru násobilky využitím algoritmov, vlastností operácií a vzťahov medzi nimi a pracovať so zlomkami na prípravnej úrovni</i>
	CIEĽ 2	...
	CIEĽ 3	...
	CIEĽ 4	...
	CIEĽ 5	...
	CIEĽ 6	...
	CIEĽ 7	...

Obsahový štandard

Matematický obsah je členený na tri **obsahové komponenty**: *Čísla a operácie s číslami; Závislosti, vzťahy a práca s údajmi; Geometria*. Uvedené komponenty nie je nutné vnímať ako izolované časti, navzájom sa môžu prelínať. (Obr. 2)

Vyššie opísané obsahové komponenty sa ďalej delia na menšie tematické oblasti, pričom každá tematická oblasť v sebe zahŕňa **obsahovú zložku** - **obsahové jednotky** a **matematické praktiky** - **činnostné jednotky** (Obrázok 4).

Obrázok 4: Štruktúra obsahového štandardu



Obsahovú zložku v rámci každej tematickej oblasti daného cyklu predstavujú nasledovné obsahové jednotky:

- **pojmy** - matematické pojmy a ich vlastnosti, pričom je možné ich ponímať v aktívnej forme (žiaci aktívne používajú uvedené pojmy) alebo pasívnej forme (nutne sa od žiakov nevyžaduje ich aktívne používanie, od žiakov sa však očakáva porozumenie daným pojmom),
- **vzťahy** (vzťahy medzi jednotlivými pojmami, resp. súbormi pojmov),
- **postupy** (návody, postupy, algoritmy, metódy riešenia, resp. ich súbory).

Matematické praktiky sú voči predchádzajúcej štruktúre vzdelávacieho štandardu novým prvkom a predstavujú **činnostné jednotky obsahového štandardu**. V každom z obsahových komponentov (opísaných bližšie v kapitole 1) je dôležité vykonávať aj také činnosti v matematike, ktoré prispievajú k rozvíjaniu tímovej spolupráce žiakov, podporujú rozvoj ich komunikačných, prezentačných a argumentačných zručností, tiež tvorivého a kritického myslenia. Zároveň podporujú vytrvalosť, presnosť, zmysel pre používanie rôznorodých reprezentácií, techník, stratégií a spôsobov uvažovania. Vo všeobecnosti je možné konštatovať, že matematické praktiky sa podieľajú na **kultivovaní matematického uvažovania, kritického myslenia** a taktiež na **rozvíjaní osobnostných vlastností**. Matematické praktiky sú podobne ako obsahová zložka delené na tri činnostné jednotky: *matematické reprezentácie; matematické modelovanie; matematický jazyk, komunikácia a argumentácia* (Obrázok 2).

Matematické reprezentácie

Pod uvedenou matematickou praktikou rozumieme výber, používanie a interpretovanie rôznych modelov matematických objektov alebo situácií. Keďže v 1. cykle sa jedná prevažne o **uvádzanie žiakov do matematickej gramotnosti**, očakáva sa (aj vo vzťahu k vekovým osobitostiam žiakov daného obdobia) najmä používanie konkrétnych predmetov (kocky, guľôčky, a pod.), obrázkov, schém, tabuliek, štvorčekového papiera či iných znázornení, ktoré by reprezentovali reálny stav. Práve **manipulácia s konkrétnymi predmetmi** má v danom vekovom období výrazný vplyv na správne porozumenie a interpretovanie skutočnosti či v konečnom dôsledku na matematizáciu reálnej situácie a vyriešenie problému.

Matematické modelovanie

Pod *matematickým modelovaním* je možno rozumieť už **výber a návrh samotnej stratégie/stratégií riešenia problému** – cez porozumenie, analýzu až po vyriešenie samotného problému s reflexiou riešenia v kontexte samotnej úlohy. U žiakov 1. cyklu sa očakáva matematické modelovanie na základe použitia vybraných matematických reprezentácií.

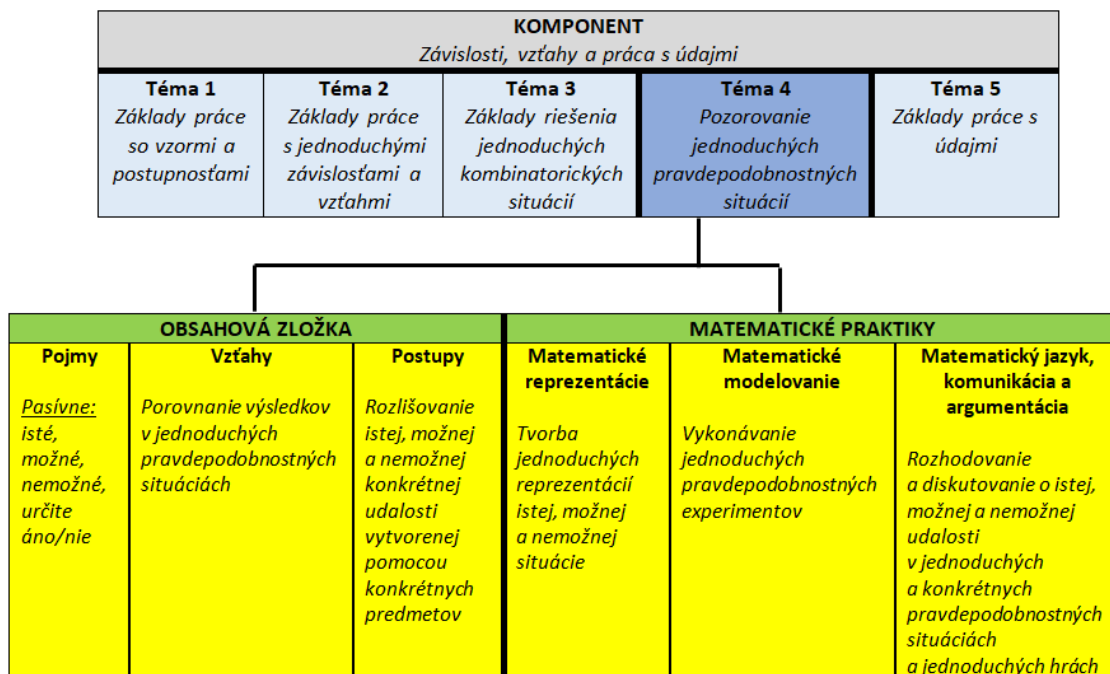
Matematický jazyk, komunikácia a argumentácia

Uvedená matematická praktika a jej aplikovanie v matematickom vzdelávaní má vplyv na **rozdvíjanie matematického uvažovania a kritického myslenia**. Jedná sa najmä o

- používanie matematického jazyka,
- komunikáciu pri hľadaní a výbere rôznych stratégií a riešení problémov,
- schopnosť argumentácie a zdôvodňovania,
- prácu s chybou.

Na bližšie pochopenie konceptu obsahového štandardu uvádzame ukážku čiastočného rozpracovania komponentu *Závislosti, vzťahy a práca s údajmi* v 1. cykle vzdelávania (Obrázok 5).

Obrázok 5: Ukážka čiastočného rozpracovania komponentu
Závislosti, vzťahy a práca s údajmi v 1. cykle vzdelávania



Na záver druhej kapitoly, po tom, ako sme opísali spôsob „čítania“ výkonového i obsahového štandardu, uvádzame príklad prepojenia vybraných cieľov, výkonového i obsahového štandardu (Obrázok 6).

Obrázok 6: Ukážka možnej interpretácie vybraného obsahu z pohľadu vzájomnej prepojenosti medzi špecifickým cieľom, výkonovým a obsahovým štandardom v rámci 1. cyklu vzdelávania

Špecifický cieľ Výkonový štandard	Obsahový štandard k danému cieľu a k vybranému výkonovému štandardu	
	Činnostné jednotky/ matematické praktiky	Obsahové jednotky
<p>Špecifický cieľ - Používať prirodzené čísla, operácie s prirodzenými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh</p> <p>Výkonový štandard - Sčítovať a odčítovať prirodzené čísla v obore do 1 000 s použitím pamäťových, písomných a elektronických algoritmov, použitím vlastností operácií a vzťahov medzi nimi</p>	<p>Matematické reprezentácie - využívanie rôznych reprezentácií sčítania a odčítania na usporiadaných aj neusporiadaných množinách; - znalosť a používanie statických a dynamických modelov sčítania a odčítania.</p> <p>Matematické modelovanie - používanie vzťahov medzi sčítaním a odčítaním pri matematizácii a riešení úloh; - používanie vlastností sčítania a odčítania pri zjednodušovaní výpočtov, resp. pri overovaní výsledkov; - využívanie rôznych matematických nástrojov pri riešení úloh na sčítanie a odčítanie.</p> <p>Matematický jazyk, komunikácia a argumentácia - čítanie a zapisovanie sčítania a odčítania; - používanie symbolických znakov sčítania a odčítania; - vysvetľovanie postupov sčítania a odčítania; - identifikovanie a zdôvodnenie použitia sčítania a odčítania pri riešení úloh; - interpretovanie a overovanie výsledkov.</p>	<p>Pojmy - <i>Aktívne</i>: sčítanie, odčítanie, plus, mínus, o koľko menej/viac. - <i>Pasívne</i>: sčítanec, súčet, menšenec, menšiteľ, rozdiel.</p> <p>Vzťahy - vzťah sčítania a odčítania ako inverzných operácií; - vlastnosti sčítania (komutatívnosť, asociatívnosť, neutrálnosť nuly) a vlastnosti odčítania; - porovnávanie rozdielom.</p> <p>Postupy - kardinálny (počet prvkov) a ordinálny prístup (poradie prvku v usporiadanej množine) k sčítaniu; - prístupy k odčítaniu odoberaním a dopočítaním; - základné spoje sčítania a odčítania na úrovni automatizácie; - pamäťové, písomné a elektronické algoritmy sčítania a odčítania v obore do 1 000; - objavovanie vlastností sčítania a odčítania pomocou modelov a ich používanie pri numerických výpočtoch; - overovanie výsledkov (skúška správnosti) pomocou inverznej operácie.</p>

3. Ako pracovať so vzdelávacími štandardmi pri tvorbe učebných osnov?

Ako sme už uviedli, vzdelávací štandard pre vzdelávaciu oblasť *Matematika a informatika – Matematika* obsahuje aj nové prvky vo svojej štruktúre i obsahu. Je našou snahou pomôcť vám, učiteľom základných škôl, čo najlepšie uchopiť a interpretovať vzdelávací štandard do učebných osnov vašich školských vzdelávacích programov.

Preto v tretej kapitole ponúkame návrh postupu kreovania učebných osnov, nie však unifikovanú šablónu na ich spracovanie. Taktiež odprezentujeme ukážky možnosti interpretácie vybraných obsahov do učebných osnov.

Jedným zo spôsobov, ako vytvoriť učebné osnovy môže byť nasledovný dvojkrokový variant:

- A. Zatriedenie výkonových a obsahových štandardov do jednotlivých ročníkov v rámci cyklu, tzv. hrubé štruktúrovanie**
- B. Precízne spracovanie učebných osnov jednotlivo za ročníky a vyučovacie predmety na základe zatriedenia výkonových a obsahových štandardov v kroku A.**

- A. Zatriedenie výkonových a obsahových štandardov do jednotlivých ročníkov v rámci cyklu, tzv. hrubé štruktúrovanie**

Uvedený krok je ideálne zrealizovať pomocou farebného zvýrazňovania výkonových a obsahových štandardov tak, že každému ročníku v rámci cyklu vzdelávania bude zodpovedať iná farba. Týmto spôsobom sa nám podarí zatriediť výkonové a obsahové štandardy do jednotlivých ročníkov, teda zrealizovať ich tzv. hrubé štruktúrovanie. Ďalším aspektom kroku A. spracovania učebných osnov je tá skutočnosť, že na základe roztriedenia výkonových a obsahových štandardov prideme na to, aký je pomer zatriedeného obsahu vzdelávacích štandardov do jednotlivých ročníkov, teda či pomerne stúpa na kvantite i kvalite a či je zachovaná ich gradácia v rámci cyklu. Práve spomenutý proces je dôležitým pre potreby rovnomerného rozloženia obsahu vzdelávacieho štandardu do jednotlivých ročníkov v rámci

cyklu, aby nedošlo ani k poddimenzovaniu ani k presýteniu niektorého ročníka/ročníkov výkonovými a obsahovými štandardmi.

B. Precízne spracovanie učebných osnov jednotlivo za ročníky a vyučovacie predmety na základe zatriedenia výkonových a obsahových štandardov v kroku A.

Druhý krok (B.) procesu kreovania učebných osnov nadväzuje na predchádzajúci krok (A.). V tejto fáze dochádza k priradovaniu obsahových štandardov k jednotlivým výkonovým štandardom na základe logického uváženia v rámci jednotlivých ročníkov (Obrázok 7).

Obrázok 7: Ukážka spracovania učebných osnov z matematiky v 2. cykle vzdelávania v Základnej škole s materskou školou v Zubrohlave

Komponent: Čísla a operácie s číslami

• Téma 1: Rozširovanie oboru prirodzených čísel

Cieľ	Pracovať s prirodzenými číslami pri riešení úloh a problémov.	
Výkonový štandard	Používať prirodzené čísla do 1 000 000 v rôznych kontextoch a aplikovať poznatky z numerácie do 1 000 000 pri riešení úloh.	
OBSAH		
	4. ročník	5. ročník
Pojmy	Aktívne: pravda/nepravda, platí/neplatí, všetci, každý, niekto, nikto, aspoň, najviac, najmenej, práve, patrí/nepatrí; číslo, číslica, cifra, jednociferné číslo, viacciferné číslo (dvoj-, troj-, štvor-), jednotky, desiatky, stovky, tisícky, desaťtisíce, párne/nepárne číslo; porovnanie, väčší, menší, rovný, najväčší, najmenší; usporiadanie (od najmenšieho po najväčšie a naopak), pred, za, hneď pred, hneď za, prvý, posledný, predposledný, číselná os; zaokrúhľovanie, približne	Aktívne: číslo, číslica/cifra, jednotky, desiatky, stovky, tisícky, desaťtisíce, stotisíce, milióny, párne/nepárne číslo; porovnanie, väčší, menší, rovný, najväčší, najmenší; usporiadanie (od najmenšieho po najväčšie a naopak), pred, za, hneď pred, hneď za, prvý, posledný, predposledný, číselná os, zaokrúhľovanie nahor a nadol, približne, presne, rozvinutý zápis prirodzeného čísla do milión, poznať základné rímske číslice a čísla, (tabuľky, diagramy, mapy, schémy).
	Pasívne: rozklad; číselný rad, záporné a kladné číslo	
Vzťahy	Porovnanie a usporiadanie prirodzených čísel, rád čísla a číslice a ich vzťah, pozičný a rozvinutý zápis prirodzeného čísla a ich vzťah do milión, porovnanie a usporiadanie celých čísel	
Postupy	Práca s množinami a ich prvkami (tvorba, usporiadanie, triedenie, porovnanie), číslo ako množstvo, číslo ako poradie, číslo ako predchodca alebo nasledovník, rozklady čísla; metódy porovnania čísel a zápis výsledku porovnania, usporiadanie čísel v obore do 10 000 (vzostupné, zostupné), modelovanie párneho a nepárneho počtu prvkov; orientácia v číselnom rade (vzostupnom, zostupnom), práca s číselnou osou; zaokrúhľovanie na desiatky, stovky a tisícky, zaokrúhľovanie v reálnom kontexte (približne), riešenie jednoduchých nerovnic na prípravnej úrovni	Práca s množinami a ich prvkami (tvorba, usporiadanie, triedenie, porovnanie), číslo ako množstvo, číslo ako poradie, číslo ako predchodca alebo nasledovník, rozklady čísla; metódy porovnania čísel a zápis výsledku porovnania, usporiadanie čísel v obore do 1 000 000 (vzostupné, zostupné), modelovanie párneho a nepárneho počtu prvkov; orientácia v číselnom rade (vzostupnom, zostupnom), práca s číselnou osou; zaokrúhľovanie na desiatky, stovky a tisícky, desaťtisíce, stotisíce, milióny, zaokrúhľovanie v reálnom kontexte (približne), riešenie jednoduchých nerovnic na prípravnej úrovni

Z prezentovanej ukážky spracovania učebných osnov z matematiky v 2. cykle vzdelávania v Základnej škole s materskou školou v Zubrohlave je zrejмый výber a zatriedenie iba obsahových jednotiek (pojmy, vzťahy, postupy) do ročníkov v rámci 2. cyklu. Absentuje zatriedenie, resp. spracovanie jednotlivých činnostných jednotiek obsahového štandardu do ročníkov – matematických praktík (matematické reprezentácie, matematické modelovanie, matematický jazyk, komunikácia a argumentácia). V závere spracovania učebných osnov je však uvedená formulácia, ktorá všeobecne vystihuje zámer zaradenia matematických praktík do obsahového štandardu: „*Matematický obsah je potrebné naplňovať v súlade s činnostnými jednotkami - matematickými reprezentáciami, matematickým modelovaním a matematickým jazykom, komunikáciou a argumentáciou.*“

Pri kreovaní učebných osnov je potrebné mať na zreteli tiež zachovanie **gradácie** výkonového/obsahového štandardu medzi ročníkmi v rámci cyklu. Na obrázku prezentujeme ukážku možnej interpretácie vybraného obsahu z pohľadu vzájomnej prepojenosti v rámci jednotlivých ročníkov v 1. cykle vzdelávania so zvýraznením gradácie (Obrázok 8) a tiež v 2. cykle s farebným rozlíšením gradácie (Obrázok 9).

Obrazok 8: Ukážka možnej interpretácie vybraného obsahu z pohľadu vzájomnej prepojenosti v rámci jednotlivých ročníkov v 1. cykle vzdelávania

KOMPONENT			
Čísla a operácie s číslami			
Téma 1	Téma 2	Téma 3	Téma 4
Prírodné čísla v obore do 10 000	Sčítanie a odčítanie prírodných čísel v obore do 1 000	Násobenie a delenie prírodných čísel v obore do 100	Číselné výrazy v riešení úloh
Cieľ:	Používať prírodné čísla, operácie s prírodnými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh		
Výkonový štandard:	Sčítavať a odčítavať prírodné čísla v obore do 1 000 s použitím pamäťových, písomných a elektronických algoritmov, použitím vlastností operácií a vzťahov medzi nimi		
OBSAHOVÝ ŠTANDARD			
	1. ročník	2. ročník	3. ročník
Pojmy	Aktívne: sčítanie, odčítanie, plus, minus, o koľko menej/viac		Pasívne: sčítanec, súčet, menšenec, menšiteľ, rozdiel
Vzťahy	vzťahy sčítania a odčítania ako inverzných operácií, vlastnosti sčítania – neutrálnosť nuly; porovnávanie rozdielom		
Postupy	základné spoje sčítania a odčítania na úrovni automatizácie: pamäťové algoritmy sčítania odčítania v obore do 20	základné spoje sčítania a odčítania na úrovni automatizácie: pamäťové, písomné algoritmy sčítania odčítania v obore do 100	základné spoje sčítania a odčítania na úrovni automatizácie: pamäťové, písomné a elektronické algoritmy sčítania odčítania v obore do 1 000
	kardinálny prístup k sčítaniu (počet prvkov množiny); prístupy k odčítaniu odoberaním a dopočítaním; objavovanie vlastností sčítania a odčítania pomocou modelov	ordinálny prístup k sčítaniu (poradie prvku v usporiadanej množine); používanie vlastností sčítania a odčítania pri numerických výpočtoch; overovanie výsledkov (skúška správnosti) pomocou inverznej operácie	
MATEMATICKÉ PRAKTIKY			
Matematické reprezentácie	využívanie rôznych reprezentácií sčítania a odčítania na usporiadaných aj neusporiadaných množinách; znalosť a používanie statických a dynamických modelov sčítania a odčítania		
Matematické modelovanie	používanie vzťahov medzi sčítaním a odčítaním pri matematizácii a riešení úloh; využívanie rôznych matematických nástrojov pri riešení úloh na sčítanie a odčítanie		
	používanie vlastností sčítania a odčítania pri zjednodušovaní výpočtov, resp. pri overovaní výsledkov		
Matematický jazyk, komunikácia a argumentácia	čítanie a zapisovanie sčítania a odčítania; používanie symbolických znakov sčítania a odčítania; vysvetľovanie postupov sčítania a odčítania; identifikovanie a zdôvodnenie použitia sčítania a odčítania pri riešení úloh; interpretovanie a overovanie výsledkov		

PRAC

Obrázok 9: Ukážka spracovania učebných osnov z matematiky v 2. cykle vzdelávania v Základnej škole s materskou školou Rudolfa Dilonga v Trstenej

1. cieľ : Pracovať s prirodzenými číslami, zlomkami, desatinnými číslami a s celými zápornými číslami pri riešení úloh a problémov.

Výkonový štandard (Žiak vie/dokáže):

4. ročník	5. ročník
<p> používať prirodzené čísla pri riešení problémov, na vyjadrovanie</p>	<p> používať prirodzené čísla pri riešení problémov, na vyjadrovanie, odôvodňovanie a posudzovanie kvantitatívnych myšlienok a tvrdení</p>
<p>Pojmy Aktívne: zaokrúhľovanie, zaokrúhľovanie nahor a nadol, približne, presne.</p> <p>Pasívne: rozklad čísel; rád číslice a čísla; odhad</p> <p>Vzťahy Porovnávanie, usporiadanie (vzostupné/ zostupné) primerane veľkých prirodzených čísel; pozičný a rozvinutý zápis prirodzeného čísla do milión</p> <p>Postupy Používanie pozičného a rozvinutého zápisu prirodzeného čísla, skladanie a rozkladanie prirodzeného čísla; zaokrúhľovanie primerane veľkých prirodzených čísel na daný rád, zaokrúhľovanie nahor/ nadol</p> <p>Matematické praktiky: Matematické reprezentácie – používanie reprezentácií prirodzených čísel do a nad milión; voľba vhodnej číselnej osi na znázornenie prirodzených čísel do a nad milión Matematické modelovanie – modelovanie a riešenie situácií s prázdny aj neprázdny prienikom, riešenie úloh s primerane veľkými prirodzenými číslami, používanie odhadu a zaokrúhľovania pri riešení reálnych problémov s primerane veľkými prirodzenými číslami. Matematický jazyk, komunikácia a argumentácia – čítanie a písanie primerane veľkých prirodzených čísel; komunikácia o primerane veľkých prirodzených číslach pri riešení úloh</p>	<p>Pojmy Aktívne: deliteľnosť prirodzených čísel - kritéria deliteľnosti 2,5,10 zaokrúhľovanie, zaokrúhľovanie nahor a nadol, približne, presne. rozklad čísel; rád číslice a čísla, odhad</p> <p>Pasívne: opačné čísla</p> <p>Vzťahy Porovnávanie, usporiadanie (vzostupné/ zostupné) primerane veľkých prirodzených čísel; pozičný a rozvinutý zápis prirodzeného čísla do milión, súvis zápisu čísla s deliteľnosťou 2, 5, 10</p> <p>Postupy Používanie pozičného a rozvinutého zápisu prirodzeného čísla, skladanie a rozkladanie prirodzeného čísla; zaokrúhľovanie primerane veľkých prirodzených čísel na daný rád, zaokrúhľovanie nahor/ nadol; identifikácia čísel deliteľných 2, 5, 10</p> <p>Matematické praktiky: Matematické reprezentácie – používanie reprezentácií prirodzených čísel do a nad milión; voľba vhodnej číselnej osi na znázornenie prirodzených čísel do a nad milión Matematické modelovanie – modelovanie a riešenie situácií s prázdny aj neprázdny prienikom, riešenie úloh s primerane veľkými prirodzenými číslami, používanie odhadu a zaokrúhľovania pri riešení reálnych problémov s primerane veľkými prirodzenými číslami. Matematický jazyk, komunikácia a argumentácia – čítanie a písanie primerane veľkých prirodzených čísel; komunikácia o primerane veľkých prirodzených číslach pri riešení úloh</p>

Zo spracovania návrhu učebných osnov na Obrázku 8 je možné načítať gradáciu obsahového štandardu v elemente – *Postupy*, kde je jasne odlišená zvýrazneným textom. Naproti tomu zo spracovania učebných osnov z matematiky v 2. cykle vzdelávania v Základnej škole s materskou školou Rudolfa Dilonga v Trstenej je zrejماً gradácia tak vo výkonovom štandarde ako aj v obsahovom štandarde. Zároveň je súčasťou spracovania učebných osnov aj uvádzanie činnostných jednotiek obsahu.

V poslednej ukážke návrhu štruktúrovania učebných osnov z matematiky v 1. ročníku prvého cyklu vzdelávania sa odzrkadľuje potreba precíznejšieho spracovania výkonového štandardu. Precíznosť sa prejavuje v rozkrokovaní vybraného výkonového štandardu na jednotlivé konkrétne ciele (Obrázok 10).

Komponent: Čísla a operácie s číslami

Téma: Sčítanie a odčítanie prirodzených čísel v obore do 1000

Cieľ: Používať prirodzené čísla, operácie s prirodzenými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh

Obrázok 10: Ukážka možného spracovania vybraného výkonového a obsahového štandardu pre 1. ročník s uvedením rozkrokovania výkonového štandardu na konkrétne ciele

Ročník	VÝKONOVÝ ŠTANDARD	OBSAHOVÝ ŠTANDARD		
		Pojmy	Vzťahy	Postupy
1.	<p>Používať prirodzené čísla do 20 v rôznych kontextoch a aplikovať poznatky z numerácie do 20 pri riešení úloh</p> <ul style="list-style-type: none"> - určiť počet prvkov v skupine (počítaním po jednom, po dvoch, na prvý pohľad) a vyjadriť ho prirodzeným číslom; - vytvoriť (vyznačiť, oddeliť) skupinu s daným počtom prvkov; - porovnať počet prvkov v dvoch skupinách (počítaním i na prvý pohľad); - napísať a prečítať číslo; - rozložiť číslo na jednotky a desiatky; - zložiť číslo z jednotiek a desiatok; - použiť základné i radové číslovky v číselnom obore do 20; - orientovať sa v číselnom rade; - vytvoriť vzostupný a zostupný číselný rad; - zobrazíť číslo na číselnej osi; - doplniť chýbajúce čísla do vzostupného aj zostupného číselného radu; - vymenovať niekoľko čísel menších (väčších) ako dané číslo; - usporiadať čísla podľa veľkosti vzostupne i zostupne; - porovnať dve čísla a výsledok porovnania zapísať pomocou relačných znakov $>$, $<$, $=$; - vyriešiť jednoduché nerovnice; - vyriešiť slovné úlohy na porovnávanie. 	<p>Aktívne: všetci, niekto, nikto, najviac, najmenej, číslo, jednotky, desiatky, párne/nepárne číslo, porovnávanie, väčší, menší, rovný, najväčší, najmenší; usporiadanie (od najmenšieho po najväčšie a naopak), pred, za, hneď pred, hneď za, prvý, posledný, predposledný.</p> <p>Pasívne pravda/nepravda, jednociferné a dvojciferné číslo, číselná os, číselný rad, rozklad, patrí/nepatrí</p>	<p>Porovnávanie a usporiadanie prirodzených čísel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Práca s množinami a ich prvkami (tvorba, usporiadanie, triedenie, porovnávanie). - Číslo ako množstvo, číslo ako poradie, číslo ako predchodca alebo nasledovník. - Rozklady čísla. - Metódy porovnávania čísel a zápis výsledku porovnania. - Usporiadanie čísel v obore (vzostupné, zostupné). - Modelovanie párneho a nepárneho počtu prvkov. - Orientácia v číselnom rade (vzostupnom, zostupnom). - Práca s číselnou osou.
<p><i>Matematický obsah je potrebné napĺňať v súlade s činnosťami jednotkami - matematickými reprezentáciami, matematickým modelovaním a matematickým jazykom, komunikáciou a argumentáciou.</i></p>				

Práve rozkrokovanie výkonového štandardu na jednotlivé konkrétne ciele môže byť žiaduce najmä pre začínajúcich učiteľov ale taktiež môže byť vhodnou pomôckou pri plánovaní výchovno-vzdelávacieho procesu z matematiky.

Pri spracovávaní učebných osnov z matematiky spôsobmi uvedenými na Obrázkoch 7 – 10 je možné sa opierať o dokument/platformu k **adaptácii výkonových štandardov** z matematiky, kde je vyjadrená postupná gradácia výkonových/obsahových štandardov. Zároveň je potrebné zdôrazniť, že prezentované ukážky spracovania výňatkov z učebných osnov zohľadňujú

potreby jednotlivých základných škôl, ktoré reflektujú špecifiká týchto škôl a tiež osobitosti žiakov vybraných vekových období.

Je potrebné mať na zreteli, že forma a vypracovanie učebných osnov môžu mať rôznu podobu, no výsledné spracovanie učebných osnov musí byť zrozumiteľné pre ich užívateľa a musí byť v súlade so vzdelávacím štandardom, ktorý je súčasťou štátneho vzdelávacieho programu.

PRACOVNÁ VERZIA

4. Ako dosahovať výkonové štandardy resp. ciele vzdelávacej oblasti priamo vo vyučovaní – praktické ukážky

Zámerom štvrtej kapitoly je prezentovať vybrané ukážky spracovania aktivít v rámci realizovania matematického vzdelávania v základnej škole v priebehu jednej vyučovacej hodiny. Opísané návrhy aktivít sú spracované s využitím rôznych stratégií a postupov ich realizácie, ktoré podporujú napĺňanie zamýšľaných cieľov kurikulárnej reformy.

Pre potreby spracovania 4. kapitoly sme vybrali dva návrhy matematického vzdelávania v rámci jednej vyučovacej hodiny matematiky – prvý návrh s možnosťou realizácie na prvom stupni vzdelávania v základnej škole (Návrh A) a druhý návrh s možnosťou realizácie na druhom stupni vzdelávania v základnej škole (Návrh B).

Návrh „A“ – Vyučovanie matematiky na 1. stupni vzdelávania v základnej škole

(Autorka návrhu: Mgr. Viera Žofajová, ZŠ Zubrohlava)

Poznámka: Výkonové štandardy sú prispôsobené (adaptované) žiakom vybraného stupňa a ročníka vzdelávania, tiež charakteru jednotlivých aktivít.

Komponent 1: Čísla a operácie s číslami

Špecifický cieľ 1: Používať prirodzené čísla, operácie s prirodzenými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh.

Výkonový štandard 1: Sčítovať a odčítovať prirodzené čísla v obore do 100 s použitím pamäťových, písomných a elektronických algoritmov, použitím vlastností operácií a vzťahov medzi nimi.

Obsahový štandard/Téma 1: Sčítanie a odčítanie prirodzených čísel v obore do 1000

Komponent 2: Závislosti, vzťahy a práca s údajmi

Špecifický cieľ 2: Objavovať, opísať a aplikovať jednoduché pravidlá, závislosti a vzťahy.

Výkonový štandard 2: Pochopiť jednoduché kombinatorické a pravdepodobnostné situácie a ich reprezentácie, navrhovať a aplikovať stratégie ich riešenia na úrovni manipulácie s predmetmi a využívania jednoduchých pokusov a reprezentácií

Obsahový štandard/Téma 2: Základy riešenia jednoduchých kombinatorických situácií. Pozorovanie jednoduchých pravdepodobnostných situácií.

Komponent 3: Geometria

Špecifický cieľ 3: Orientovať sa v rovine a v priestore, riešiť jednoduché polohové a metrické geometrické úlohy

Výkonový štandard 3: Orientovať sa v rovine a používať prirodzený aj symbolický jazyk na určenie polohy a hľadanie cesty

Obsahový štandard/Téma 3: Orientácia v rovine a priestore

Opis aktivít:

V úvode je potrebné určiť/zopakovať hodnotu šachových figúrok: Kráľ (K) = 0, Dáma (D) = 9, Veža (V) = 5, Strelec (S) = 3, Jazdec (J) = 3, Pešiak (P) = 1.

Aktivita 1 - Matematika na šachovnici – Hodnota figúrok – kameňov (vyžitie šachovnice – Obrázok. 11)

Pokyn 1:

Na šiesty rad postavte kamene v hodnote 17 bodov a do stĺpca „f“ postavte kamene v hodnote 20 bodov tak, aby ich spoločným kameňom bola Veža.

Pokyn 2:

V šiestom rade je hodnota kameňov 19 bodov, pričom Vám v tomto rade zostane 1 voľné políčko a v stĺpci „a“ je hodnota kameňov 5 bodov, pričom jeden kameň musí byť Jazdec.

Pokyn 3:

Na diagonálu (uhlopriečku) „b1“ až „h7“ postavte figúry v hodnote 15 bodov. Diagonála

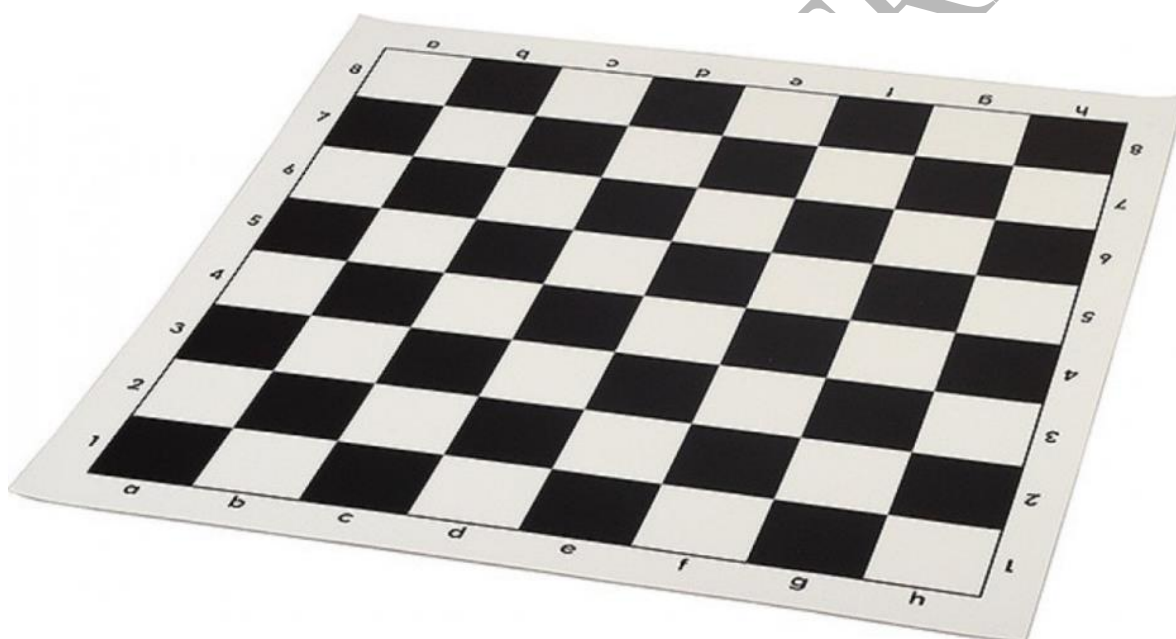
nemôže mať voľné žiadne políčko a v 8. rade musia mať kamene hodnotu o 7 bodov menšiu ako je hodnota bodov na diagonále.

Pokyn 4:

Na najdlhšiu bielu diagonálu (uhlopriečku) postavte kamene s hodnotou 27 bodov, pričom nemôžete použiť Dámu. Potom postavte Jazdca na „g7“. Jazdec môže skočiť na políčka, ktoré majú spolu hodnotu 6 bodov. Na tieto políčka položte kamene.

(Spracované podľa:

Viera Haraštová, https://www.zborovna.sk/kniznica.php?action=show_version&id=251600)



Obrázok 11: Šachovnica

Aktivita 2 - Na bále

Kontext:

Na hrade u bieleho Kráľa sa konal veľký bál. Biela Kráľovná sa tak roztancovala, že pozhadzovala svojou sukňou ostatných tanečníkov z parketu. Ospravedlnila sa a povedala, že každého postaví tam, kde stál predtým. Pamätala si, že:

- všetci tanečníci stáli na stĺpci „c“,
- všetkých tanečníkov bolo spolu 7 – Dáma, Kráľ, Veža, Jazdec, Strelec a dvaja Pešiaci,

- hneď pri bielej Kráľovnej stál jej manžel biely Kráľ a ona stála na políčku „c4“,
- Veža tancovala medzi Strelcom a Pešiakom, pričom Strelec stál od Dámy zo všetkých figúrok najďalej,
- Jazdec stál na políčku s vyšším číslom ako Kráľ.

Pomôžete Dáme postaviť figúrky na tanečný parket tak, aby stáli všetci na tých políčkach, na ktorých boli rozmiestnení pred pádom?

(Spracované podľa:

Viera Haraštová, https://www.zborovna.sk/kniznica.php?action=show_version&id=252325)

Aktivita 3 – Vojna

Inštrukcia:

Žiaci sedia oproti sebe pri šachovnici a každý z nich má pridelený rovnaký počet figúrok s rovnakými hodnotami, ale odlišnou farbou. Figúrky majú hráči umiestnené/schované tak, aby neboli viditeľné pre protihráča. Každý z hráčov vyberie zo skupinky svojich figúrok jednu a postaví ju v rovnakom okamihu na šachovnicu ako spoluhráč. Následne si hráči porovnajú hodnoty vyložených figúrok. Žiak, ktorý vytiahol figúrku s vyššou hodnotou, vyhráva 1. ťah, teda mu ostáva nielen jeho figúrka ale tiež figúrka spoluhráča. Hráč môže svoje figúrky (tie, ktoré mu boli na začiatku hry pridelené) vyložiť na šachovnicu iba 1-krát. Teda napríklad, ak majú hráči na začiatku každý po 6 figúrok, hra pozostáva zo šiestich ťahov, pričom do každého ťahu „investuje“ hráč vždy iba jednu zo šiestich figúrok, ktoré mu boli na začiatku hry pridelené.

Nakoniec si žiaci sčítajú počet figúrok a tiež ich hodnotu. Hráč, ktorý dosiahol najvyššiu hodnotu figúrok, sa stáva víťazom.

Hodnotenie:

- Priebežná ústna spätná väzba
- Rovesnícke hodnotenie
- Sebahodnotenie s prvkami formatívneho hodnotenia – *Lístok pri odchode (Obrázok. 12).*

Obrázok 12: Lístok pri odchode

Meno a priezvisko žiaka:	Dátum:
Čo sme robili?	
Prečo sme to robili?	
Čo som sa dnes naučil?	
Kde to môžem využiť?	
Aké otázky stále mám k tejto téme?	

(Zdroj: <https://formativne.cz/wp-content/uploads/2021/11/Metakognitivn%C3%AD-strategie-ve-formativn%C3%ADm-hodnocen%C3%AD-na-2.-stupni-a-S%C5%A0-M%C3%A1ria-Ganajov%C3%A1-Ivana-Sot%C3%A1kov%C3%A1-Andrea-Le%C5%A1kov%C3%A1-UPJ%C5%A0-v-Ko%C5%A1iciach.pdf>)

Návrh „B“ – Vyučovanie matematiky na 2. stupni vzdelávania v základnej škole

Poznámka: Výkonové štandardy sú prispôsobené (adaptované) žiakom vybraného stupňa a ročníka vzdelávania, tiež charakteru jednotlivých aktivít.

Komponent: Závislosti, vzťahy a práca s údajmi

Špecifický cieľ 1: Identifikovať náročnejšie vzťahy v číselných postupnostiach, nachádzať funkčné vzťahy v reálnych súvislostiach, použiť matematické nástroje na ich modelovanie a interpretáciu

Výkonový štandard 1: Rozhodovať o podstate závislostí, aplikovať priamu a nepriamu úmernosť v praktických situáciách a matematických úlohách.

Obsahový štandard/Téma 1: Pomer, úmernosti a postupnosti.

Komponent: Závislosti, vzťahy a práca s údajmi

Špecifický cieľ 2: Identifikovať náročnejšie vzťahy v číselných postupnostiach, nachádzať funkčné vzťahy v reálnych súvislostiach, použiť matematické nástroje na ich modelovanie a interpretáciu

Výkonový štandard 2: Skúmať lineárne funkcie, orientovať sa v tabuľkách, grafoch a symbolických predpisoch lineárnych funkcií a využívať ich na modelovanie a riešenie matematických a praktických problémov.

Obsahový štandard/Téma 2: Základy práce s funkciami a lineárna funkcia.

Aktivita 1 - Pomaranče

Kontext:

Pomaranče sa v obchode predávajú v sieťkach s hmotnosťou po 3 kg. Aká je hmotnosť 2 sieťok, 3 sieťok, 5 sieťok, 6 sieťok pomarančov? Koľko sieťok pomarančov má hmotnosť 30 kg, 60 kg?

Pokyn 1:

Zostavte tabuľku závislosti

- a) na papier,
- b) v Exceli s využitím vhodnej funkcie.

Svoje riešenie zdôvodnite.

Pokyn 2:

V programe GeoGebra⁵ zostrojte graf priamej úmernosti pomocou jej symbolického predpisu.

Aktivita 2 – Zmrzlina

Oopis aktivity:

1. Žiaci vytvoria dvojice.
2. Učiteľ zadá úlohu pre žiakov vo dvojiciach:
Sandra kúpila 2 kopčeky zmrzliny v kornútku. Zaplatila 1,50 €, pričom kornútok stál 10 centov. Navrhnite tabuľku a doplňte do nej údaje o cene za 3, 4 a 5 kopčekov zmrzliny.
3. Žiaci riešia úlohu podľa pokynov učiteľa vo dvojiciach v časovom limite 5 minút.
4. Po uplynutí 5 minút učiteľ zastaví diskusie a spojí dvojice žiakov do štvoríc. Žiaci pracujú na rovnakej úlohe, porovnávajú výsledky, ku ktorým dospeli vo dvojiciach, odstraňujú nedostatky, vylepšujú formuláciu riešenia úlohy (5 minút).
5. Štvorice žiakov učiteľ spojí do osemčlenných skupín, pričom v každej skupine určí pozorovateľa činnosti/diskusie. Žiaci v rámci skupín pracujú na rovnakej úlohe, porovnávajú svoje výsledky, upravujú formuláciu, pripravujú interpretáciu riešenia úlohy. Učiteľ požiada skupiny, aby si zvolili hovorcu, ktorý predstaví skupinové riešenie v časovom limite 5 minút.
6. Učiteľ vyzve skupiny na prezentáciu výsledkov. Pozorovatelia zhodnotia prácu jednotlivých skupín.
7. Učiteľ zhrnie a porovná výsledky práce tímov.

⁵ Dostupné na: [Graphing Calculator - GeoGebra](#).

Aktivita 3 – Hlasovanie

Opis aktivity:

Učiteľ na web stránke <https://www.mentimeter.com/> vytvorí otázku/úlohu, ktorú prezentuje žiakom použitím dataprojektora., Potom žiaci hlasujú o správnej odpovedi použitím mobilu/PC s pripojením na internet. Následne učiteľ zobrazí žiacke odpovede, ktoré náhodne vybraní žiaci zdôvodnia.

Otázka/Úloha:

Traja robotníci vykopali kanál pre potrubie za 60 hodín. Ako dlho by trvalo vykopáť taký istý kanál štyrom rovnako výkonným robotníkom?

- A. 80 hodín
- B. 45 hodín

Aktivita 4 – Prenájom auta

Kontext:

Prenájom štvormiestneho automobilu v požičovni stojí 200 € na jeden deň. Koľko by zaplatili 1, 2, 3 a 4 cestujúci za prenájom auta na jeden deň?

Pokyn 1:

Zostavte tabuľku závislosti

- a) na papier,
- b) v Exceli s využitím vhodnej funkcie.

Svoje riešenie zdôvodnite.

Hodnotenie:

- Priebežná ústna spätná väzba
- Rovesnícke hodnotenie
- Sebahodnotenie s prvkami formatívneho hodnotenia – *Lístok pri odchode (Obrázok 13).*

Obrázok 13: Lístok pri odchode

Meno a priezvisko žiaka:		Dátum:
Napiš na konci hodiny	Odpovede	
1 slovnú úlohu zo života na priamu úmernosť		
1 slovnú úlohu zo života na nepriamu úmernosť		
1 otázku, ktorú ešte mám k priamej/nepriamej úmernosti		

Zdroj: Ganajová, M. a kol.: Formatívne hodnotenie vo výučbe prírodných vied, matematiky a informatiky, 1. vyd. Košice: ŠafárikPress, 2021. 450 s. ISBN 978-80-8152-973-3.

5. Na čo sa vo vzdelávacej oblasti zamerať pri hodnotení?

Cieľom hodnotenia vo vyučovacom predmete matematika je nielen **posúdiť úroveň** očakávaných výstupov, ale tiež **konkretizovať silné stránky osobnosti žiaka** a následne ho nasmerovať na možnosti ich **ďalšieho rozvoja**. Zároveň je dôležité poukázať na **procesy** jeho **učenia sa** a myslenia.

K tomu, aby žiak vedel napredovať v myslení a učení sa, je potrebné dodržiavať niekoľko dôležitých aspektov zo strany učiteľa:

- *kladenie dôrazu na oboznámenie žiakov s vyučovacími cieľmi, kritériami na dosiahnutie úspechu;*
 - *získavanie informácií o procesoch učenia sa žiakov priebežne - učiteľ sa snaží preniknúť do matematického myslenia žiakov, odhaľuje miskoncepce, zisťuje úroveň porozumenia matematickým pojmom, vzťahom a postupom;*
- *poskytovanie spätnej väzby žiakom;*
- *podporovanie vzájomného učenia sa žiakov - poskytovanie príležitostí na sebahodnotenie procesov vlastného učenia sa žiakov a tiež na rovesnícke hodnotenie.*

Hodnotenie je možné zadeliť spravidla do dvoch časových rámcov:

- priebežné hodnotenie,
- hodnotenie na konci vymedzeného obdobia (1/4-rok, 1/2-rok, 3/4-rok, koniec školského roka);

pričom je dôležité **posilnenie hodnotenia o formatívnu zložku**.

Je potrebné zdôrazniť, že pomenovanie nedostatku a premyslená, cielená **práca s chybou** môžu prispieť nielen k zlepšeniu učenia sa žiaka a jeho myslenia, ale tiež k „naštartovaniu“, resp. posilneniu jeho vnútornej motivácie zlepšovať sa. A práve uvedenú charakteristiku v sebe zahŕňa formatívne hodnotenie.

Hodnotenie známkou je často nepostačujúce, je potrebné jeho doplnenie o slovný komentár, ktorý jasne opisuje silné stránky, ale tiež oblasti, v ktorých je potrebné nastavenie zmeny k lepšiemu. Pre potreby lepšieho porozumenia uvádzame ďalej príklad možného spracovania

hodnotenia s prvkami formatívneho hodnotenia – grafického spracovania (Obrázok 14), ktoré je ďalej možné spresniť slovným komentárom.

Obrázok 14: Ukážka spracovania hodnotenia úrovne dosiahnutia vybraného špecifického cieľa a výkonových štandardov z matematiky v 1. ročníku 1. cyklu vzdelávania využitím prvkov formatívneho hodnotenia

1. cyklus/1. ročník				
Výkonový štandard - špecifický cieľ č. 1 <i>Používať prirodzené čísla, operácie s prirodzenými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh</i>				
Úroveň zvládnutia:	N	Čo	TO	Úo
Používať prirodzené čísla do 20 v rôznych kontextoch				→
Aplikovať poznatky z numerácie do 20 pri riešení úloh			→	
Sčítavať a odčítavať prirodzené čísla v obore do 20 s použitím pamäťových algoritmov, použitím vlastností operácií a vzťahov medzi nimi			→	

Úrovně zvládnutia:

N – výstupy súvisiace s výkonovým štandardom má žiak neosvojené
(žiak vôbec nevláda riešenie známych situácií)

Čo - výstupy súvisiace s výkonovým štandardom má žiak čiastočne osvojené
(riešenie známych situácií spôsobuje žiakovi problémy, pri ich riešení potrebuje výraznú pomoc)

TO - výstupy súvisiace s výkonovým štandardom má žiak takmer osvojené
(známe situácie rieši žiak s miernou pomocou)

Úo - výstupy súvisiace s výkonovým štandardom má žiak úplne osvojené
(známe i nové situácie rieši žiak samostatne)

Spracované podľa: <https://vysvedcenijinak.ped.muni.cz/metodika/teoreticke-predmety/prehled-vzdelavacich-oblasti#matematika>

Ukážka grafického spracovania hodnotenia žiaka z matematiky pre dosahovanie vybraného špecifického cieľa a kompetencií s nim súvisiacich, formulovaných cez výkonové štandardy by bez slovného komentára mohla pôsobiť ešte pomerne všeobecne. A práve pre potreby formulácie slovného hodnotenia rozvoja žiaka by mohli poslúžiť **adaptácie výkonových štandardov**, z ktorých je možné použiť aktívne slovesá a ktoré by postihovali dosiahnutú úroveň vedomostí a zručností komplexnejšie. Napríklad výkonový štandard *Používať prirodzené čísla do 20 v rôznych kontextoch* (Obrázok 14) je možné doplniť o slovné hodnotenie aplikovaním adaptácie výkonových štandardov použitých v Obrázku 10 (*určiť počet prvkov v skupine – po jednom, po dvoch, na prvý pohľad, vyjadriť počet prvkov v skupine číslom, vytvoriť/vyznačiť/oddeliť skupinu s daným počtom prvkov, porovnať počet prvkov v dvoch skupinách – počítaním i na prvý pohľad atď.*).

Je nutné mať na zreteli ešte jeden veľmi dôležitý aspekt – žiaci musia poznať očakávanú úroveň už na začiatku procesu učenia sa (spolu s konkretizovaním primeraným ich veku a osobitostiam), ku ktorej by sa mali dopracovať za určité obdobie. Práve na základe jasne zadaného očakávaného výstupu budú vedieť žiaci aplikovať sebahodnotenie, príp. rovesnícke hodnotenie.

Ak má byť hodnotenie naozaj výpovedné, je potrebné ho postaviť na priebežnom mapovaní dosahovania úrovne jednotlivých kompetencií a to na základe kritérií a indikátorov. Je zároveň potrebné, až žiaduce používať pri hodnotení popisný analytický jazyk, ktorý je zrozumiteľný a jednoznačný nielen pre žiakov ale aj pre ich rodičov.

Iba hodnotenie založené na priebežnom zisťovaní výsledkov poskytne presnejšie ale hlavne komplexnejšie informácie o žiakovi. Zaznamená posun v určitých činnostiach s ohľadom na možnosti žiaka.

Netreba však zabúdať, že nastavenie spôsobu hodnotenia nie je iba záležitosť hodnotenia dosiahnutej úrovne vo vyučovacom predmete matematika. Jedná sa o premyslenú koncepciu hodnotenia v rámci celej školy, z ktorej by sa odvíjalo i hodnotenie a jeho nastavenie aj vo vyučovacom predmete matematika.